Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS COIFFURE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

BTS Coiffure

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Étude du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://btscoiffure.fr/assets/annales/bts-coiffure/E2 - Mathématiques/2018/BTS Coiffure - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Étude du départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes, et l'exercice étudie la fonction qui modélise la distance parcourue. Il examine ensuite l'aire d'une pièce destinée à une gare à partir de sa symétrie, de ses limites géométriques et d'une fonction définissant son bord inférieur.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

L'équation s'écrit sous la forme de référence $y' + ay = 0$, avec $a = -0,2$. D'après la formule fournie, ses solutions sont $y(t)=ke^{-at}$. En remplaçant a par sa valeur, on obtient la famille des solutions définies sur l'intervalle demandé. La constante k peut être choisie librement dans les réels.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t)=ke^{0,2t}$, avec $k\in\mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On dérive la fonction proposée : $g'(t)=-15$. Puis on remplace y et y' dans le membre de gauche de l'équation : $g'(t)-0,2g(t)=-15-0,2(-15t-75)=3t$. On retrouve bien le membre de droite pour tout $t\in[0,3]$. La fonction g vérifie donc l'équation différentielle sur son domaine.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t)=-15t-75$ est une solution de l'équation.

Question 3°. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Une solution de l'équation complète est $g(t)=-15t-75$. Toute autre solution s'obtient en lui ajoutant une solution de l'équation homogène associée, qui est $ke^{0,2t}$. Cette méthode donne l'ensemble des solutions sur l'intervalle considéré. La constante réelle k varie librement.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t)=ke^{0,2t}-15t-75$, avec $k\in\mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la solution f de l'équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0, sachant que le wagon est au point de départ à l'instant t = 0.

On part de la solution générale $y(t)=ke^{0,2t}-15t-75$ et on impose la condition initiale. À $t=0$, l'exponentielle vaut 1, donc $f(0)=k-75=0$. Il en résulte $k=75$. En remplaçant cette constante dans la solution générale, on obtient la fonction cherchée, définie pour les instants du modèle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t)=75e^{0,2t}-15t-75$.

B. Étude de fonction et application

Question 1.a. À partir des expressions fournies pour f(t) et f'(t), résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

L'expression fournie donne $f'(t)=15e^{0,2t}-15$. Ainsi, $f'(t)\geq 0$ équivaut à $e^{0,2t}\geq 1$. Comme la fonction exponentielle est strictement croissante et que $e^0=1$, cette inégalité équivaut à $0,2t\geq 0$, soit $t\geq 0$. Tous les nombres de l'intervalle étudié satisfont cette condition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t)\geq 0$ sur tout l'intervalle $[0,3]$.

Question 1.b. Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de f sur [0, 3].

Intervalle ou valeur de t	**0**	**]0,3]**
Signe de f'(t)	0	+
Variation de f	f(0)=0	croissante jusqu'à $f(3)=75(e^{0,6}-1)-45$

La dérivée est nulle en 0 et strictement positive pour tout $t>0$. La fonction distance est donc croissante sur $[0,3]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f est croissante de $f(0)=0$ à $f(3)=75(e^{0,6}-1)-45$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute, en kilomètres et au dixième près.

La distance parcourue au bout d'une minute se calcule en évaluant la fonction en $t=1$: $f(1)=75(e^{0,2}-1)-15$. Cette valeur est d'environ $1,605$ kilomètre. En arrondissant au dixième, comme demandé dans l'énoncé, on obtient la distance parcourue après une minute.

✓ RÉPONSE À RETENIR

1,6 km

Question 3.a. Sachant que la vitesse du wagon à l'instant t correspond à f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes, en kilomètres par minute et au dixième près.

La vitesse instantanée est donnée par $f'(t)=15e^{0,2t}-15$, en kilomètres par minute. À deux minutes, on obtient $f'(2)=15e^{0,4}-15=15(e^{0,4}-1)$, soit environ $7,377$ km/min. L'arrondi au dixième demandé donne la vitesse du wagon à cet instant.

✓ RÉPONSE À RETENIR

7,4 km/min

Question 3.b. Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse au regard de la vitesse visée et du délai fixé.

La vitesse visée de $400\ km/h$ correspond à $400/60\approx6,667\ km/min$. La vitesse du wagon est croissante, car sa dérivée est $3e^{0,2t}>0$. À deux minutes, elle vaut $15(e^{0,4}-1)\approx7,377\ km/min$, donc elle dépasse la cible. La continuité et la croissance de la vitesse impliquent que cette cible est franchie avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, la vitesse de $400\ km/h$ est atteinte avant deux minutes.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La tangente au point d'abscisse 2 a pour équation $y=f'(2)(t-2)+f(2)$. D'après les expressions du sujet, $f'(2)=15(e^{0,4}-1)$ et $f(2)=75(e^{0,4}-1)-30$. En développant puis en regroupant les termes constants, on obtient la troisième des trois propositions.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y=15(e^{0,4}-1)t+45e^{0,4}-75$.

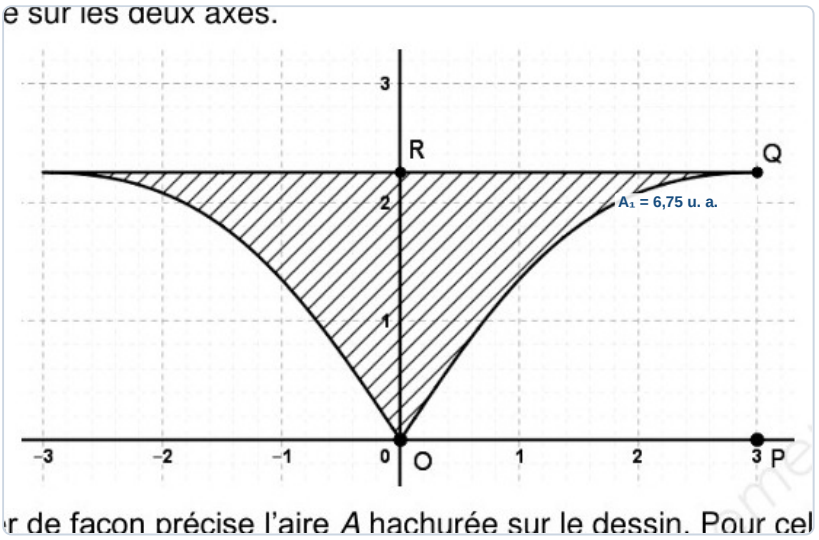
C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire, à partir du schéma.

Dimension du rectangle OPQR	Valeur lue sur le schéma
Largeur OP	3
Hauteur OR	2,25
Aire A_1	3×2,25

Le schéma montre que le rectangle s'étend de `x=0` à `x=3`, et de `y=0` à `y=2,25`. Son aire est le produit de ces deux dimensions, en unités d'aire.

Rectangle OPQR et aire A1



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

6,75 u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3, en exploitant la primitive fournie.

La fonction $g(x)=27x/(2x^2+18)$ est positive sur $[0,3]$. L'aire recherchée est donc son intégrale sur cet intervalle. La primitive fournie conduit à $A_2=[(27/4)\ln(x^2+9)]_0^3$. En évaluant aux bornes, on obtient $(27/4)(\ln 18-\ln 9)=(27/4)\ln 2$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

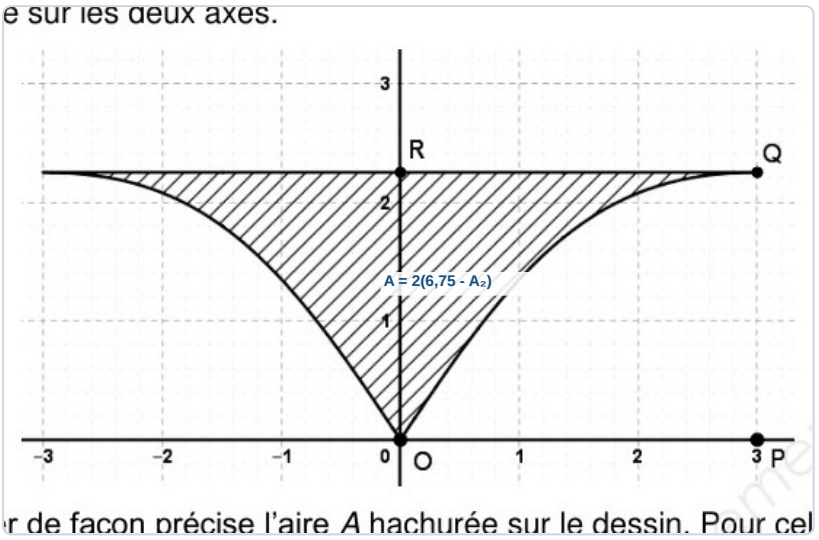
$A_2=(27/4)\ln 2\approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire A hachurée, en unités d'aire, et arrondir le résultat au millième.

1. Sur la moitié droite, l'aire hachurée est l'aire du rectangle OPQR moins l'aire sous la courbe : $6,75-A_2$.
2. Par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, l'aire totale vaut deux fois cette aire.

Ainsi, $A=2(6,75-(27/4)\ln 2)$. On arrondit au millième, conformément à l'énoncé.

Aire hachurée totale



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

A≈4,143 u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle de smartphones, puis la proportion de téléphones non réparables dans des lots du modèle A. Il se termine par un test bilatéral confrontant un sondage sur la marque B aux réponses d'un échantillon aléatoire de 180 personnes.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé et de la population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle.

Sur 200 smartphones, 3 % correspondent à 6 appareils touchés par T et 8 % à 16 touchés par L. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2 appareils. Les autres effectifs se déduisent des totaux.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Tableau complété : effectifs 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; totaux 16, 184, 200.

Question 2°. Pour un smartphone choisi au hasard, donner P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.

Les pourcentages de l'énoncé donnent directement les probabilités simples. La probabilité conditionnelle se lit parmi les smartphones touchés par L : 12,5 % d'entre eux sont également touchés par T.

Probabilité	Valeur
P(T)	0,030
P(L)	0,080
$P_L(T)$	0,125

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

P(T) = 0,030 ; P(L) = 0,080 ; $P_L(T)$ = 0,125.

Question 3.a. Calculer P(T ∩ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle.

La probabilité d'être touché par les deux obsolescences se calcule avec la probabilité conditionnelle donnée : **$P(T \cap L) = P_L(T) \times P(L)$**. Ainsi, 0,125 × 0,080 = 0,010.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

P(T ∩ L) = 0,010.

Question 3.b. Calculer P(T ∪ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Être touché par au moins une obsolescence correspond à l'événement T ∪ L. On additionne P(T) et P(L), puis on retire leur intersection, comptée deux fois : **$P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$**.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

P(T ∪ L) = 0,100, soit 10 %.

Question 3.c. Calculer P_T(L), la probabilité d'obsolescence logicielle sachant que le smartphone est touché par l'obsolescence technique.

On conditionne ici par l'événement T. La probabilité cherchée est donc le quotient de la probabilité de l'intersection par celle de T : **$P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0,010 / 0,030 = 1/3$**. On arrondit au millième.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$P_T(L)$ = 0,333.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque tirage a deux issues, avec une probabilité constante de 0,045 d'obtenir un smartphone non réparable. Le stock étant suffisamment important, les 50 tirages sont assimilés à des tirages indépendants avec remise. X compte le nombre de succès « non réparable » dans ces 50 tirages : X suit donc une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables lorsque X = 0. Chaque appareil a une probabilité de 1 - 0,045 = 0,955 d'être réparable. Par indépendance, la probabilité que les 50 appareils soient réparables est donc $0{,}955^{50}$.

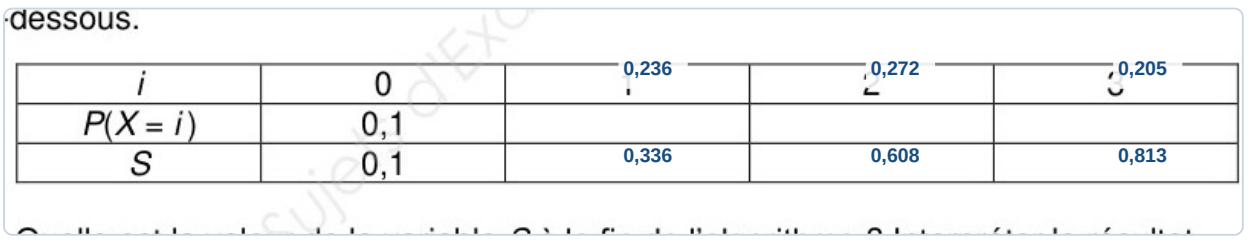
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = 0) ≈ 0,100 au millième.

Question 3.a. Faire tourner l'algorithme à la main et compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

Pour chaque i, on calcule la probabilité avec la loi binomiale de paramètres 50 et 0,045, puis on l'ajoute à la somme S précédente. Le tableau donne les valeurs arrondies au millième ; les sommes sont calculées à partir des valeurs non arrondies.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété


dessous.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,1	0,236	0,272	0,205
S	0,1	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3.b. Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, S est la somme des probabilités pour i = 0, 1, 2 et 3. Elle vaut environ 0,813 et représente la probabilité qu'un lot compte au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables par lot.

Pour une loi binomiale, l'espérance est n × p. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Un lot contient donc en moyenne 2,25 smartphones non réparables, sans que ce soit nécessairement le nombre observé dans chaque lot.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphone non réparable par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions la valeur de h, arrondie au centième, telle que sous H0, P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Pour un intervalle central de 95 % d'une loi normale, h vaut environ 1,96 fois l'écart type : 1,96 × 0,037 = 0,07252. Arrondie au centième, cette valeur correspond à la proposition 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Le test bilatéral conserve H_0 lorsque la fréquence observée appartient à l'intervalle central de 95 % sous H_0. Avec h ≈ 0,07, cet intervalle est [0,48 ; 0,62].

- Si la fréquence observée appartient à [0,48 ; 0,62], on ne rejette pas H_0.
- Sinon, on rejette H_0.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Ne pas rejeter H_0 si $0{,}48 \leq f \leq 0{,}62$; la rejeter sinon.

Question 3°. À partir des 76 réponses sur 180, donner la conclusion du test concernant l'hypothèse selon laquelle 55 % des Français pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

La fréquence observée est $76/180 \approx 0{,}422$. Elle est inférieure à la borne 0,48 de l'intervalle de décision. La fréquence observée est donc dans la région de rejet du test au seuil de 5 %.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

On rejette H_0 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, code MATGRB1, durée de deux heures. Le coefficient varie selon la spécialité, de 1 à 3. Les exercices étudient le départ d'un train à très haute vitesse, puis l'obsolescence des smartphones. Sont évaluées les équations différentielles, l'étude de fonctions, les intégrales, les probabilités, la loi binomiale et le test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- La solution générale d'une équation différentielle linéaire est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène associée.
- Le signe de f' détermine les variations de f ; la vitesse instantanée est la dérivée de la distance par rapport au temps.
- L'aire sous une courbe positive entre a et b se calcule par l'intégrale de a à b ; exploiter la symétrie permet de relier les aires.
- Pour une loi binomiale B(n, p), E(X) = np ; une probabilité conditionnelle vérifie P(A sachant B) = P(A ∩ B) / P(B).

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier les unités de vitesse : convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure avant de comparer à l'objectif.
- Pour une aire, repérer les bornes, la région représentée et la symétrie afin d'éviter les erreurs de calcul ou de comptage.
- Pour une loi binomiale, vérifier le nombre fixe d'essais, l'indépendance et la probabilité constante de succès.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée à la zone de décision et conclure au seuil de 5 %.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment trouver l'équation d'une tangente à une courbe ?

Au point d'abscisse a, utiliser y = f'(a)(t - a) + f(a). Calculer séparément la valeur de la fonction et celle de sa dérivée en a, puis remplacer dans la formule et simplifier.

Q : Comment reconnaître une loi binomiale dans cet exercice ?

Il faut un nombre fixe n d'essais, deux issues possibles, une probabilité p constante et des essais indépendants. La variable compte le nombre de smartphones non réparables et suit alors la loi B(n, p).

Q : Comment organiser le temps pour cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et les parties de chacun sont annoncées comme indépendantes. Répartir le temps entre les exercices, commencer par les questions accessibles et réserver quelques minutes aux vérifications.

Q : Que faut-il indiquer pour conclure le test d'hypothèse ?

Énoncer la règle de décision, déterminer la fréquence observée puis la comparer à la zone d'acceptation. Dire si H0 est rejetée ou non au seuil de 5 % et formuler la conclusion dans le contexte.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscoiffure.fr/assets/annales/bts-coiffure/E2 - Mathématiques/2018/BTS Coiffure - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Coiffure : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.